

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Донской государственный технический университет»

Утверждено на заседании
кафедры
технической механики
03.04.2021 г.

Методические указания
Задания и примеры выполнения
для выполнения расчетно-графических работ
№ 1 и № 2 по дисциплине «Строительная
механика» для подготовки бакалавров заочной
формы обучения направления 08.03.01
«Строительство»
(b080301ADЗAD_130AD_2-20)

Ростов-на-Дону

2021

УДК 624.04

Методические указания для выполнения расчетно-графических работ № 1 и № 2 по дисциплине «Строительная механика» для подготовки бакалавров заочной формы обучения направления 08.03.01 «Строительство». Часть 1. – Ростов н/Д: ДГТУ, 2021. – 36с.

Изложен материал по решению задач строительной механики с примерами. Приведены варианты контрольных заданий.

Шифр определяется по трем последним цифрам номера зачетной книжки. Например, номер зачетки 12345678. Шифр: 678. Тогда первая цифра шифра 6, вторая 7, третья 8.

Расчетно-графическая работа № 1 состоит из задач 1-2, РГР № 2 из задач 3-4.

Составители:

д. техн. наук, проф. Л.Н.Панасюк,
канд. техн. наук, доц Г.М.Кравченко
ст. преподаватель В.С.Тюрина

КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ

Студенты заочного факультета выполняют задания по курсу строительной механики в соответствии с шифром. Шифр определяется по трем последним цифрам номера зачетной книжки. Например, номер зачетки 12345678. Шифр: 678. Тогда первая цифра шифра 6, вторая 7, третья 8.

Расчетно-графическая работа № 1 состоит из задач 1-2, РГР № 2 из задач 3-4.

Расчетно-графические работы выполняются в тетрадях или в отчетах на А4. На титульном листе размещается информация о студенте, выполняющем работу. Чертежи схем, эпюры выполняются карандашом с примерным соблюдением масштаба. На чертежах должны быть показаны основные размеры, на эпюрах должны быть поставлены характерные ординаты, показаны знаки.

Задача № 1

Расчет статически определимой многопролетной балки

Задание: для заданной схемы балки (табл. 1) требуется построить эпюры «М» и «Q» аналитически. Построить линии влияния в указанной опоре и сечении.

Определить усилия по линиям влияния и сравнить с эпюрами

Методические указания

По табл.1 и рис. 1,2 выбрать согласно шифру схему балки, размеры и заданную нагрузку. Предварительно необходимо повторить правила построения и проверки эпюр «М» и «Q» для балок из курса сопротивления материалов.

Расчету многопролетной балки предшествует проверка геометрической неизменяемости и статической определимости, которую следует выполнить по формуле Чебышева:

$$W = 3D - 2Ш - C_{on}, \quad (1)$$

где: D - число жестких дисков;

$Ш$ - число простых шарниров, соединяющих жесткие диски;

C_{on} - число опорных связей.

Для расчета многопролетных балок следует пользоваться схемой взаимодействия, т.е. «поэтажной» схемой. Для построения «поэтажной» схемы балка мысленно разрезается по шарнирам, соединяющим простые балки между собой. Балки, которые самостоятельно могут нести нагрузку (защемленные на одном конце или опирающиеся на две опоры), являются основными. Балки, которые имеют одну или не имеют их вовсе, являются вспомогательными (второстепенными). Главные элементы в поэтажной схеме располагаются на нижних этажах, второстепенные поднимают вверх, опирая на главные или предыдущие балки.

После построения «поэтажной» схемы заданная многопролетная балка рассматривается как ряд простых балок, последовательно опирающихся друг на друга в местах соединительных шарниров. «Поэтажная» схема определяет последовательность расчета. Вначале рассчитывают вышележащие балки, а затем последовательно нижележащие с учетом давления, передающегося от вышележащих балок и равного опорным реакциям, возникающим в соединяющем шарнире, но направленным в обратную сторону. Эпюры, построенные отдельно для каждой балки, строят на одной оси под схемой балки и «поэтажной» схемой. Эпюра «М» строится на растянутом волокне (положительные ординаты откладывают вниз от оси). Положительные ординаты поперечных сил откладывают вверх. На эпюрах обязательно надо поставить знаки и значения ординат в характерных сечениях.

Таблица 1

№ п/п	Цифры шифра								
	1-я цифра			2-я цифра			3-я цифра		
	L ₁ , м	a, м	q, кН/м	L ₂ , м	b, м	c, м	P, кН	M, кН·м	№ схемы по рис.1,2
1	5	1,0	1,5	10	2,0	1,8	4	1	1
2	6	1,2	3,0	14	1,8	2,0	6	8	2
3	12	1,5	2,0	12	2,5	2,0	5	7	3
4	11	2,0	1,0	10	2,0	2,0	8	6	4
5	10	1,0	1,8	15	1,0	1,8	7	8	5
6	8	1,5	3,2	18	1,5	2,2	5	4	6
7	6	2,0	3,2	11	1,2	1,8	8	5	7
8	4	1,2	2,0	13	2,0	1,0	5	6	8
9	7	1,5	3,0	17	1,4	1,2	4	8	9
0	9	1,0	1,6	19	2,2	1,8	7	9	0

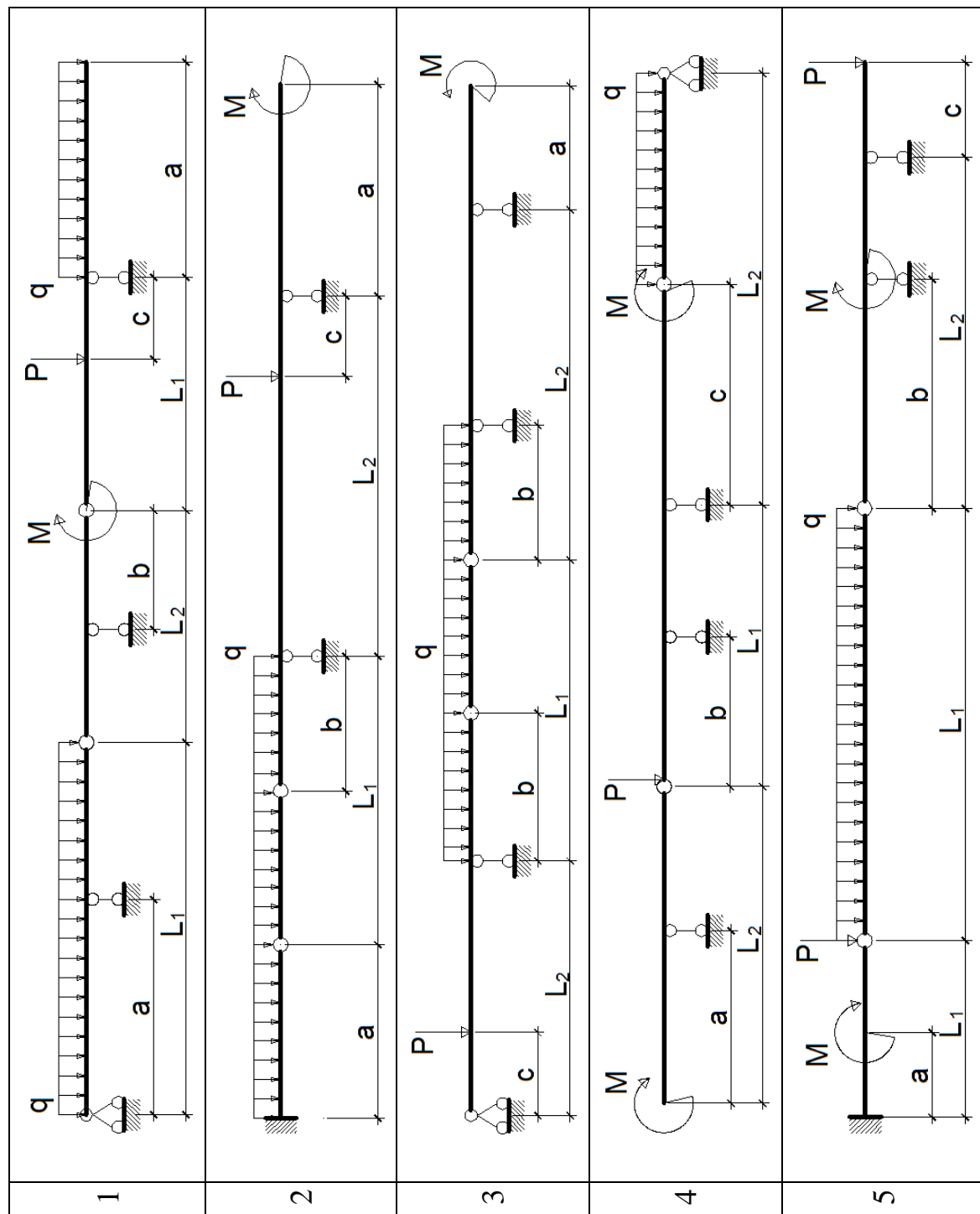


Рис. 1

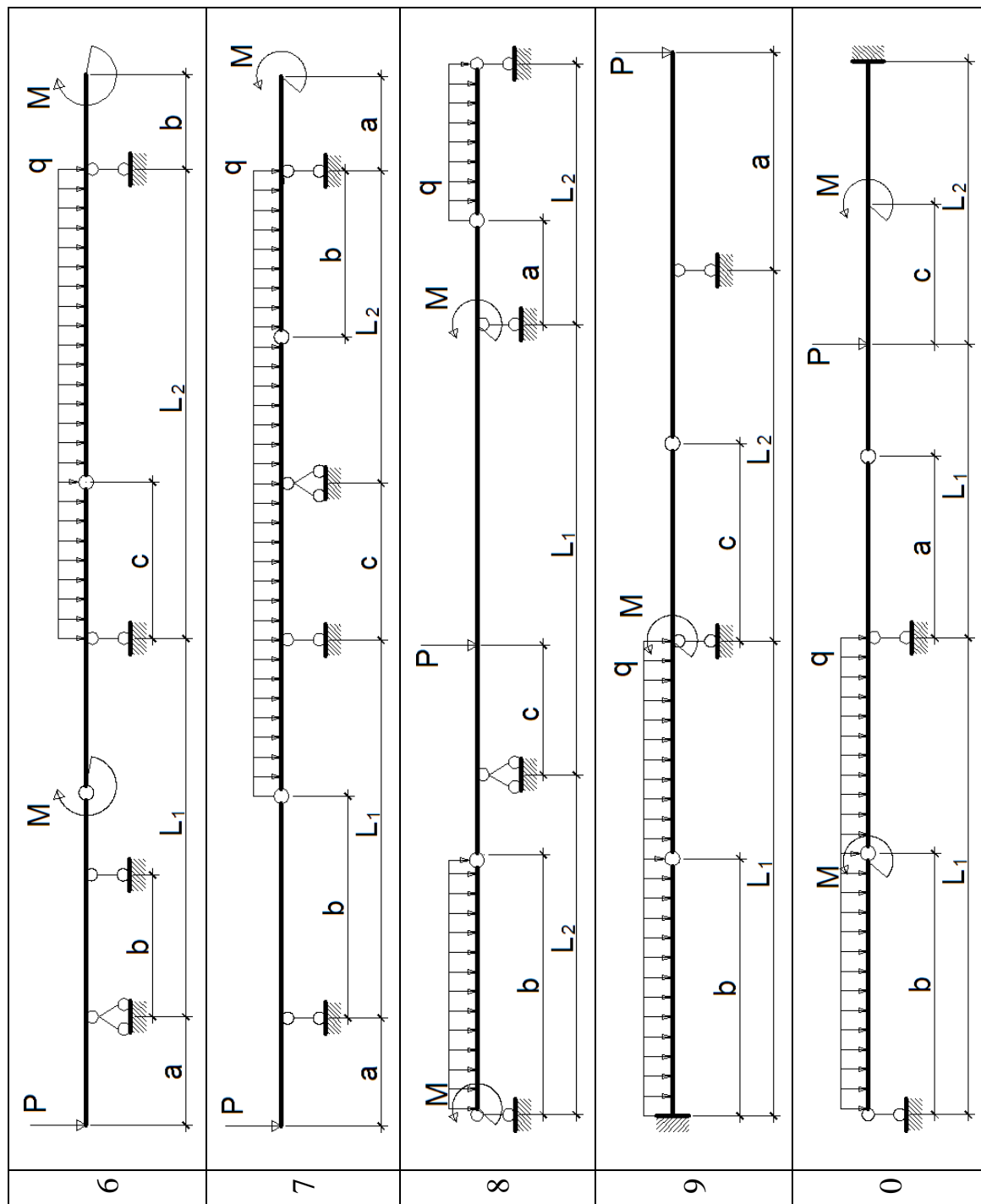


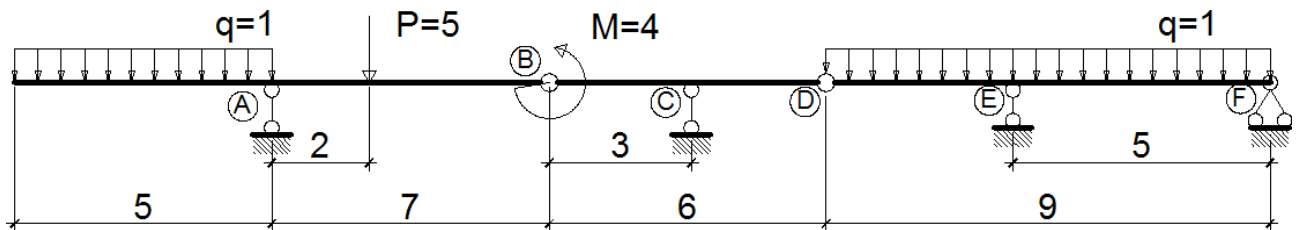
Рис. 2

Пример решения задачи

Задача №1. Расчет статически определимой многопролетной балки

Дано: схема с размерами и нагрузкой, изображенная на рис. 3.

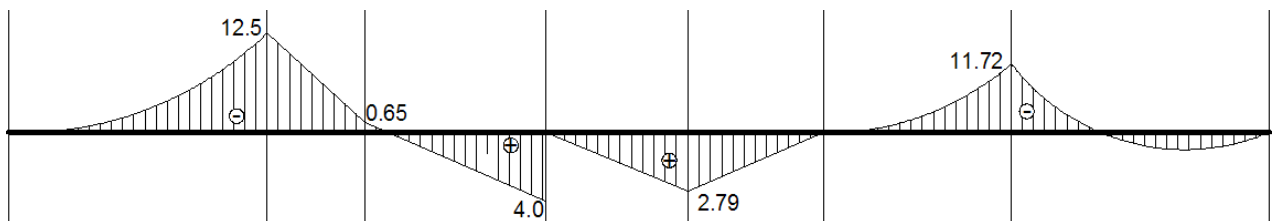
Требуется: построить эпюры M , Q . Выполнить общую статическую проверку.



Поэтажная схема



Эпюра « M »



Эпюра « Q »

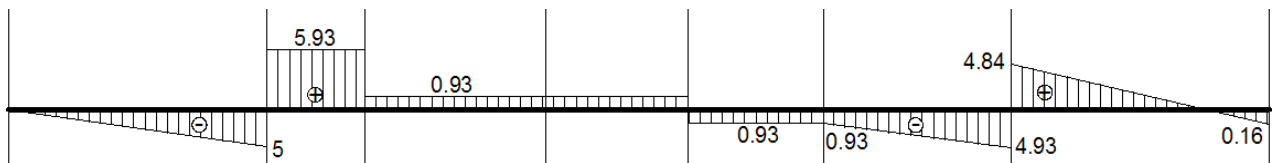


Рис. 3

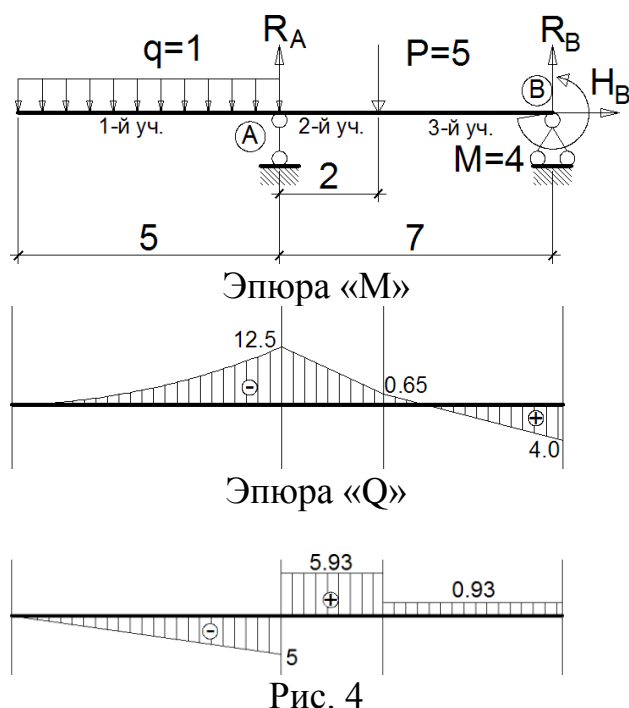
Решение:

1. Кинематический анализ сооружения.

$W = 3Д - 2Ш - C_{on} = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 2 - 5 = 0$ — балки статически определима и геометрически неизменяема.

2. Построение «поэтажной» схемы.

3. Расчет балки №1 (рис. 4).



3.1. Определение опорных реакций.

$$m_B = 0: M + P \cdot 5 - R_A \cdot 7 + q \cdot 5 \cdot 9.5 = 0;$$

$$R_A = \frac{1}{7} (4 + 5 \cdot 5 + 1 \cdot 5 \cdot 9.5) = 10.93$$

$$m_A = 0: M + R_B \cdot 7 - P \cdot 2 + q \cdot 5 \cdot 2.5 = 0;$$

$$R_B = \frac{1}{7} (-4 + 5 \cdot 2 - 1 \cdot 5 \cdot 2.5) = -0.93;$$

$$X = 0: H_B = 0;$$

$$\text{Проверка: } Y = 0: -q \cdot 5 + R_A - P + R_B = 0; -1 \cdot 5 + 10.93 - 5 + -0.93 = 0$$

3.2. Построение эпюр

1-й участок

$$0 \leq x \leq 5$$

$$M(x) = -q \cdot x \cdot x/2 \quad M x = -q \cdot 5 \cdot x - 2.5 +$$

$$M x = 0 = 0 \quad + R_A(x - 5)$$

$$M x = 5 = -12.5 \quad M x = 5 = -12.5$$

$$Q x = -q \cdot x \quad M x = 7 = -0.65$$

$$Q x = 0 = 0 \quad Q x = -q \cdot 5 + R_A$$

$$Q x = 5 = -5 \quad Q x = 0 = 5.93$$

$$Q x = 5 = 5.93$$

3-й участок

$$0 \leq x \leq 5$$

$$M x = M + R_B \cdot x$$

$$M x = 0 = 4$$

$$M x = 5 = -0.65$$

$$Q x = -R_B$$

$$Q x = 0 = 0.93$$

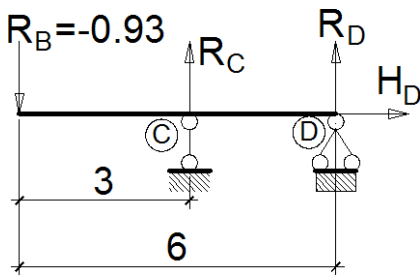
$$Q x = 5 = 0.93$$

4. Расчет балки №2 (рис. 5).

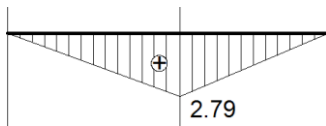
4.1. Определение опорных реакций.

$$m_D = 0: R_B \cdot 6 - R_C \cdot 3 = 0; R_C = \frac{1}{3} \cdot 0.93 \cdot 6 = -1.86;$$

$$m_C = 0: R_B \cdot 3 + R_D \cdot 3 = 0; R_D = -\frac{1}{3} \cdot 0.93 \cdot 3 = 0.93;$$



Эпюра «М»



Эпюра «Q»

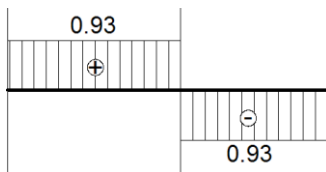


Рис. 5

4.2. Построение эпюр.

1-й участок

$$0 \leq x \leq 3$$

$$M(x) = -R_B \cdot x$$

$$M \text{ } x = 0 = 0$$

$$M \text{ } x = 3 = 2.79$$

$$Q \text{ } x = -R_B$$

$$Q \text{ } x = 0 = 0.93$$

$$Q \text{ } x = 3 = 0.93$$

2-й участок

$$0 \leq x \leq 3$$

$$M(x) = R_D \cdot x$$

$$M \text{ } x = 0 = 0$$

$$M \text{ } x = 3 = 2.79$$

$$Q \text{ } x = -R_D$$

$$Q \text{ } x = 0 = -0.93$$

$$Q \text{ } x = 3 = -0.93$$

5. Расчет балки №3 (рис. 6).

5.1. Определение опорных реакций

$$m_F = 0: R_D \cdot 9 + q \cdot 9 \cdot 4.5 - R_E \cdot 5 = 0;$$

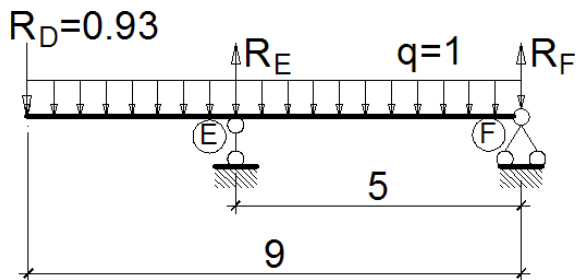
$$R_E = \frac{1}{5} \cdot 0.93 \cdot 9 + 1 \cdot 9 \cdot 4.5 = 9.77;$$

$$m_E = 0: R_D \cdot 4 + q \cdot 4 \cdot 2 - q \cdot 5 \cdot 2.5 + R_F \cdot 5 = 0;$$

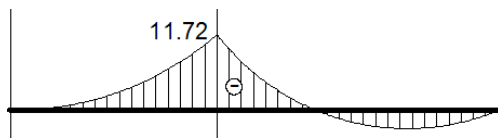
$$R_F = -\frac{1}{5} \cdot 0.93 \cdot 4 + 1 \cdot 4 \cdot 2 - 1 \cdot 5 \cdot 2.5 = 0.16;$$

Проверка: $Y = 0: -R_D - q \cdot 9 + R_E + R_F = 0;$

$$-0.93 - 1 \cdot 9 + 9.77 + 0.16 = 0.$$



Эпюра «М»



Эпюра «Q»

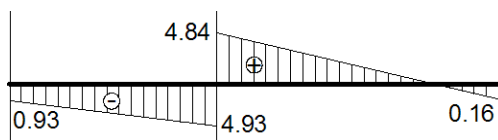


Рис. 6

2-й участок

$$0 \leq x \leq 5$$

$$M_x = R_F \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2};$$

$$M_x = 0 = 0;$$

$$M_x = 5 = -11.72;$$

$$Q_x = -R_F + q \cdot x;$$

$$Q_x = 0 = -0.16;$$

$$Q_x = 5 = 4.84;$$

5.2. Построение эпюр.

1-й участок

$$0 \leq x \leq 4$$

$$M_x = -R_D \cdot x - q \cdot x \cdot \frac{x}{2};$$

$$M_x = 0 = 0;$$

$$M_x = 4 = -11.72;$$

$$Q_x = -R_D - q \cdot x;$$

$$Q_x = 0 = -0.93;$$

$$Q_x = 4 = -4.93;$$

Задача № 2

Расчет трехшарнирной арки или рамы

Задание: для трехшарнирной арки или рамы требуется построить эпюры « M », « Q », и « N » и выполнить общую статическую проверку.

Методические указания

По табл. 2 и рис. 7 выбрать схему арки или рамы, размеры и заданную нагрузку. По уравнению оси арки нужно определить координаты точек и вычертить в примерном масштабе схему арки. Для определения внутренних усилий необходимо вычислять координаты и значения синусов и косинусов углов наклона касательных в каждом расчетном сечении.

а) Функция для оси арки, очерченной по параболе:

$$\left. \begin{aligned} y &= \frac{4f}{l^2} x (l - x); \\ \tan \varphi &= \frac{dy}{dx} = \frac{4f}{l^2} (l - 2x) \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

б) Функция для оси арки, очерченной по окружности:

$$\left. \begin{aligned} y &= \sqrt{R^2 - \left(\frac{l}{2} - x\right)^2} - R + f; \\ R &= \frac{f}{2} + \frac{l^2}{8f}; \\ \sin \varphi &= \frac{l - 2x}{2R}; \quad \cos \varphi = \frac{y + R - f}{R}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Для правой половины арки угол наклона касательной отрицателен.

Внутренние усилия в сечении K арки или рамы вычисляются по формулам:

$$M_k = M_k^\delta - H y_k; \quad (4)$$

$$Q_k = Q_k^\delta \cos \varphi_k - H \sin \varphi_k; \quad (5)$$

$$N_k = -(Q_k^\delta \sin \varphi_k + H \cos \varphi_k). \quad (6)$$

где M_k^δ , Q_k^δ – момент и поперечная сила в сечении K в балке с аналогичным пролетом и нагрузкой.

Для криволинейных арок значения внутренних усилий следует находить для сечений расположенных по телу арки с равномерным шагом вдоль оси X . Примерный шаг разбивки можно принять 1/10 от пролета арки. Для сечений следует принимать характерные точки расположения сосредоточенных сил, моментов, начала и окончания распределённых нагрузок.

Для рам значения внутренних усилий дополнительно следует определять для сечений, расположенных в узловых точках.

Эпюры внутренних усилий требуется строить на схеме арки или рамы. При этом ординаты эпюр откладываются перпендикулярно касательной в точке каждого сечения.

После построения эпюр внутренних усилий необходимо выполнить общую статическую проверку. Для этого арка или рама отрезается от опор, прикладываются внешние нагрузки, в сечениях прикладываются внутренние усилия в соответствии с эпюрами M , Q , N . Составляются уравнения равновесия:

$$X = 0, \quad Y = 0, \quad m_i = 0.$$

Таблица 2

№ п/п	Цифры шифра										
	1-я цифра			2-я цифра				3-я цифра			
	L, м	a	b	q ₁ , кН/м	q ₂ , кН/м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	№ схемы по рис. 7	Очертание оси	f/L	c
1	24	0,30	0,70	2	0	0	5	1	Парабола	0,20	0,25
2	28	0,40	0,80	0	1	8	0	2	Парабола	0,25	0,40
3	30	0,25	0,75	2	0	0	8	3	Рама	0,30	0,35
4	32	0,30	0,60	0	2	6	0	4	Рама	0,35	0,30
5	20	0,40	0,80	1	0	5	0	5	Рама	0,25	0,40
6	22	0,25	0,70	0	4	0	9	6	Рама	0,30	0,50
7	34	0,25	0,60	3	0	0	6	1	Окружность	0,35	0,25
8	36	0,30	0,75	0	3	5	0	2	Окружность	0,25	0,30
9	26	0,40	0,60	2	0	8	0	3	Рама	0,20	0,50
0	18	0,20	0,90	0	3	0	9	4	Рама	0,30	0,40

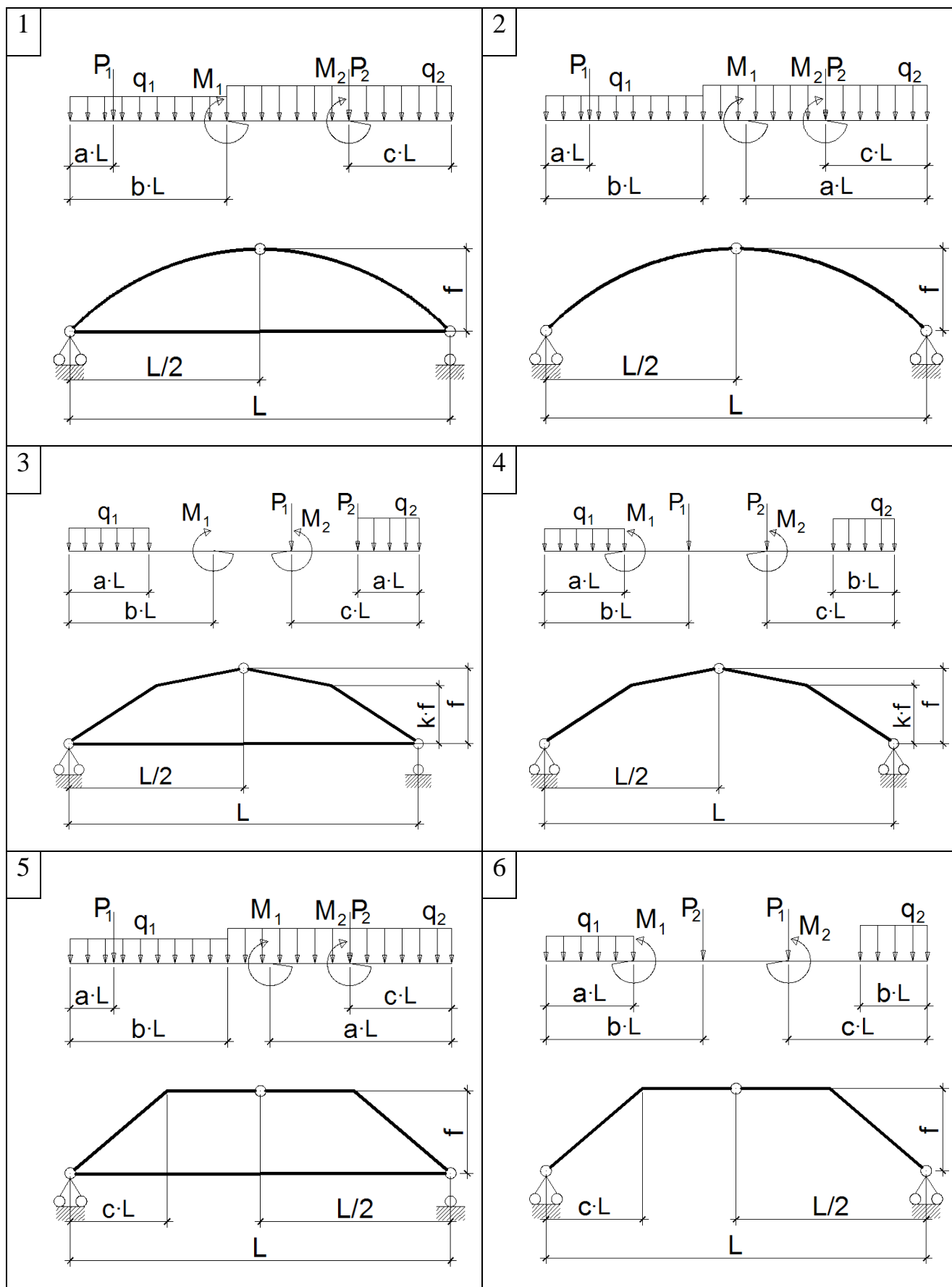


Рис. 7

Пример решения задачи

Задача №2. Расчет трехшарнирной арки

Дано: трехшарнирная арка с затяжкой (рис. 8), очертание оси которой задано по параболе.

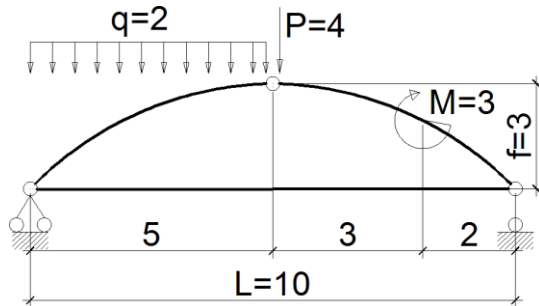


Рис. 8

Построить эпюры « M », « Q », « N ».

Решение:

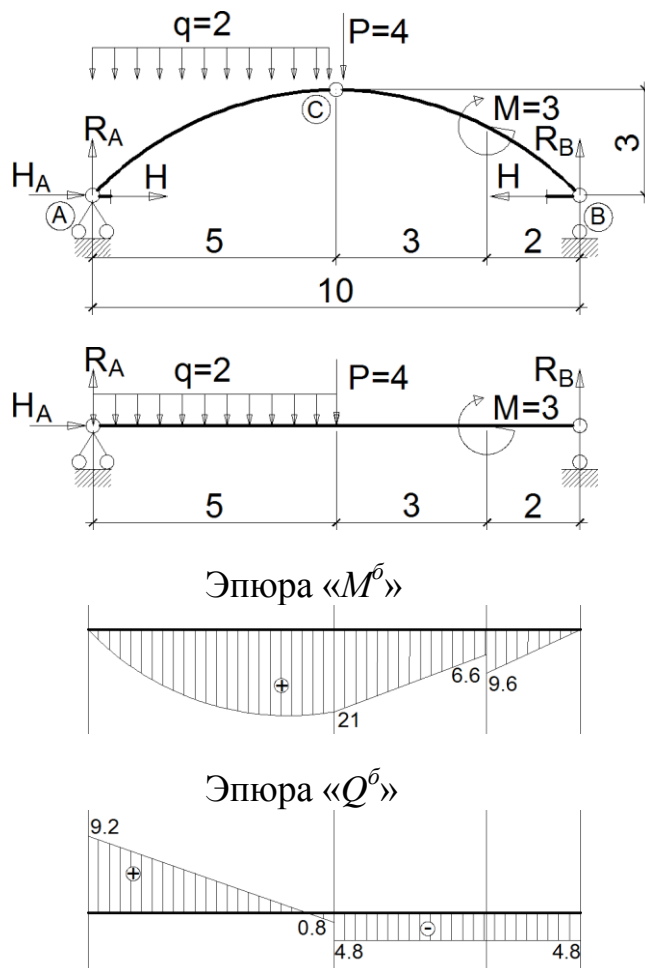


Рис. 9

1. Определение опорных реакций

$$X = 0: H_A + H - H = 0; H_A = 0;$$

$$m_B = 0: -R_A \cdot 10 + q \cdot 5 \cdot 7.5 + P \cdot 5 - M = 0;$$

$$R_A = \frac{1}{10} (2 \cdot 5 \cdot 7.5 + 4 \cdot 5 - 3) = 9.2;$$

$$m_A = 0: R_B \cdot 10 - q \cdot 5 \cdot 2.5 - P \cdot 5 - M = 0;$$

$$R_B = \frac{1}{10} (2 \cdot 5 \cdot 2.5 + 4 \cdot 5 + 3) = 4.8;$$

$$m_c^{\text{лев}} = 0: -R_A \cdot 5 + q \cdot 5 \cdot 2.5 + H \cdot 3 = 0;$$

$$H = \frac{1}{3} (9.2 \cdot 5 - 2 \cdot 5 \cdot 2.5) = 7;$$

$$m_c^{\text{пр}} = 0: R_B \cdot 5 - M - H \cdot 3 = 0;$$

$$H = \frac{1}{3} (4.8 \cdot 5 - 3) = 7;$$

Проверка:

$$X = 0: H_A + H - H = 0;$$

$$Y = 0: R_A + R_B - P - q \cdot 5 = 0; 9.2 + 4.8 - 4 - 2 \cdot 5 = 0.$$

2. Построение «балочных» эпюр(рис. 9).

Реакции опор в балке, равны по значениям опорным реакциям в арке.

1-й участок	2-й участок	3-й участок
$0 \leq x \leq 5$	$2 \leq x \leq 5$	$0 \leq x \leq 2$
$M_x = R_A \cdot x - q \cdot x \cdot x/2$	$M_x = R_B \cdot x - M$	$M_x = R_B \cdot x$
$M_x = 0 = 0$	$M_x = 2 = 6.6$	$M_x = 0 = 0$
$M_x = 5 = 21$	$M_x = 5 = 21$	$M_x = 2 = 9.6$
$Q_x = R_A - q \cdot x$	$Q_x = -R_B$	$Q_x = -R_B$
$Q_x = 0 = 9.2$	$Q_x = 2 = -4.8$	$Q_x = 0 = -4.8$
$Q_x = 3 = -0.8$	$Q_x = 5 = -4.8$	$Q_x = 2 = -4.8$

3. Определение внутренних усилий в арке по формулам (4), (5), (6).

Очертание арки по параболе – $y = \frac{4f}{l^2} x l - x$;

Тангенс угла наклона касательной – $tg\alpha = y' = \frac{4f}{l^2} l - 2x$;

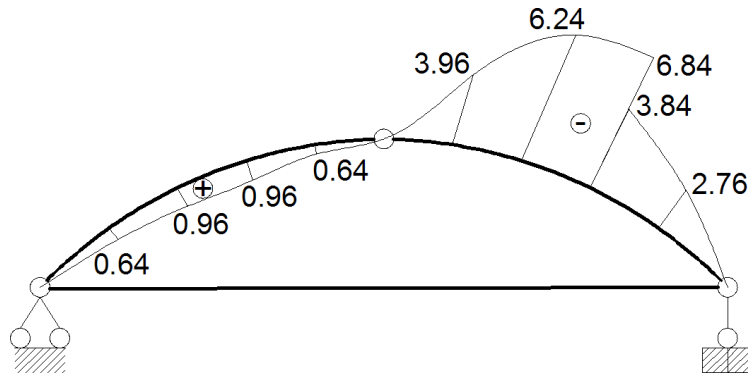
Расчет ведется в табличной форме (табл. 3).

Таблица 3

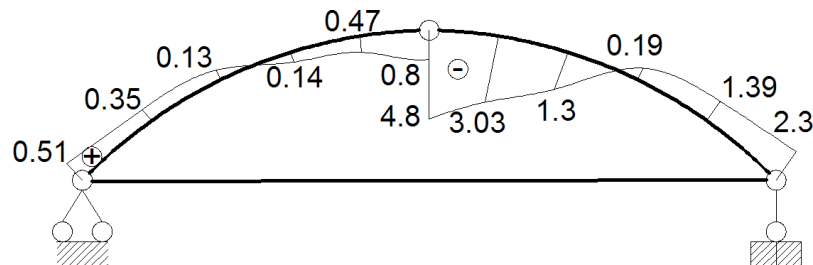
x	y	$tg\alpha$	α	$cosa$	$sina$	$Mб$	$Qб$	M	Q	N
0	0	1.2	0.8761	0.640	0.768	0	9.2	0	0.51	-11.55
1	1.08	0.96	0.7650	0.721	0.693	8.2	7.2	0.64	0.35	-10.04
2	1.92	0.72	0.6240	0.812	0.584	14.4	5.2	0.96	0.13	-8.72
3	2.52	0.48	0.4475	0.902	0.433	18.6	3.2	0.96	-0.14	-7.70
4	2.88	0.24	0.2355	0.972	0.233	20.8	1.2	0.64	-0.47	-7.09
5	3	0	0.0000	1.000	0.000	21	-0.8	0	-0.80	-7.00
5	3	0	0.0000	1.000	0.000	21	-4.8	0	-4.80	-7.00
6	2.88	-0.24	-0.2355	0.972	-0.233	16.2	-4.8	-3.96	-3.03	-7.93
7	2.52	-0.48	-0.4475	0.902	-0.433	11.4	-4.8	-6.24	-1.30	-8.39
8	1.92	-0.72	-0.6240	0.812	-0.584	6.6	-4.8	-6.84	0.19	-8.49
8	1.92	-0.72	-0.6240	0.812	-0.584	9.6	-4.8	-3.84	0.19	-8.49
9	1.08	-0.96	-0.7650	0.721	-0.693	4.8	-4.8	-2.76	1.39	-8.37
10	0	-1.2	-0.8761	0.640	-0.768	0	-4.8	0	2.30	-8.17

По полученным в таблице значениям строятся эпюры «M», «Q», «N» (рис. 10).

Эпюра «M»



Эпюра «Q»



Эпюра «N»

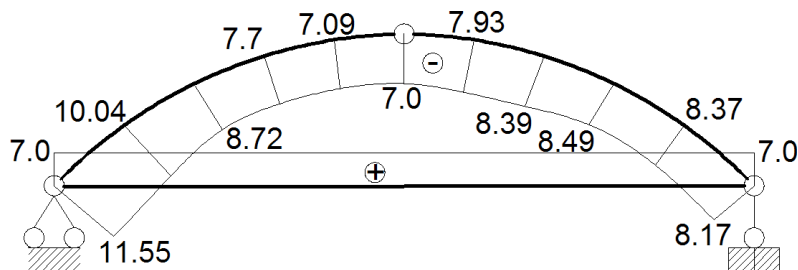


Рис. 10

4. Общая статическая проверка (рис. 11).

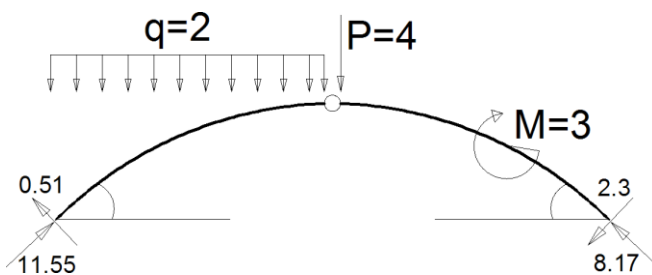


Рис. 11

$$X = 0: 11.55 \cdot \cos \alpha - 0.51 \cdot \sin \alpha - 8.17 \cdot \cos \alpha - 2.3 \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$11.55 \cdot 0.640 - 0.51 \cdot 0.768 - 8.17 \cdot 0.640 - 2.3 \cdot 0.768 = 0.005;$$

$$Y = 0: 11.55 \cdot \sin \alpha + 0.51 \cdot \cos \alpha -$$

$$-q \cdot 5 - P - 2.3 \cdot \cos \alpha + 8.17 \cdot \sin \alpha = 0;$$

$$11.55 \cdot 0.768 + 0.51 \cdot 0.640 - 2 \cdot 5 - 4 - 2.3 \cdot 0.64 + 8.17 \cdot 0.768 = -0.0006;$$

Задача №3

Расчет плоской статически определимой фермы

Задание: для фермы с выбранными по шифру из табл. 4 и рис. 12 схемой, её размерами и нагрузкой требуется определить аналитически усилия во всех элементах заданной панели (включая стойки);

Методические указания

Расчету ферм предшествует проверка геометрической неизменяемости и статической определимости, которую следует выполнить по приведенной формуле Чебышева:

$$W = 2U - C - C_{on}, \quad (7)$$

где: W - число степеней свободы;

U - число узлов фермы;

C - число стержней фермы;

C_{on} - число опорных стержней.

При аналитическом определении усилий следует стремиться к тому, чтобы в каждом стержне усилие находилось независимо от усилий в других стержнях. При определении усилий необходимо провести сечения, рассекающие ферму на две части, и составить необходимые уравнения равновесия, используя для каждого стержня свой способ определения усилия. Все геометрические размеры (плечи, углы и др.) необходимо определять аналитически. Для проверки необходимо составить уравнения равновесия для каждой отсеченной части:

$$X^{л.ч.} = 0; \quad Y^{л.ч.} = 0; \quad X^{п.ч.} = 0; \quad Y^{п.ч.} = 0.$$

Таблица 4

№ п/п	Цифры шифра							
	1-я цифра		2-я цифра			3-я цифра		
	d, м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	P ₃ , кН	h, м	№ схемы по рис. 4	P ₄ , кН	№ панели
0	4,5	7	-	-	5,0	0	4	2
1	4,0	5	4	5	6,0	1	6	3
2	3,0	4	-	-	4,0	2	9	4
3	4,0	7	5	-	5,0	3	5	5
4	3,5	9	-	4	4,0	4	6	2
5	2,5	4	2	-	3,0	5	8	3
6	3,0	6	-	6	4,5	6	9	4
7	4,0	4	3	-	5,0	7	5	5
8	2,5	8	-	5	3,0	8	6	2
9	5,0	6	6	-	6,0	9	8	3

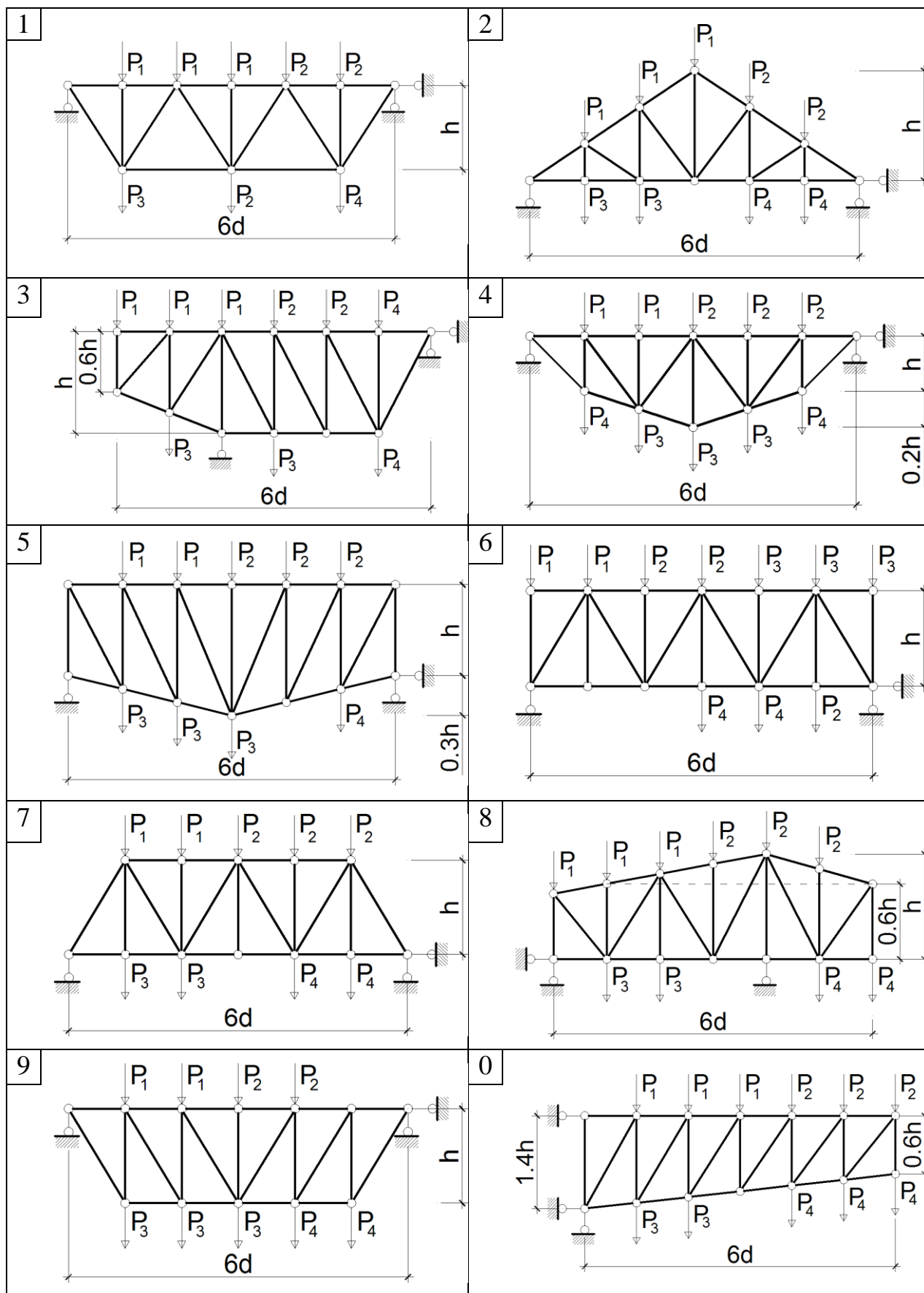


Рис. 12

Пример решения задачи

Задача №3. Расчет плоской статически определимой фермы

Дано (рис. 13):

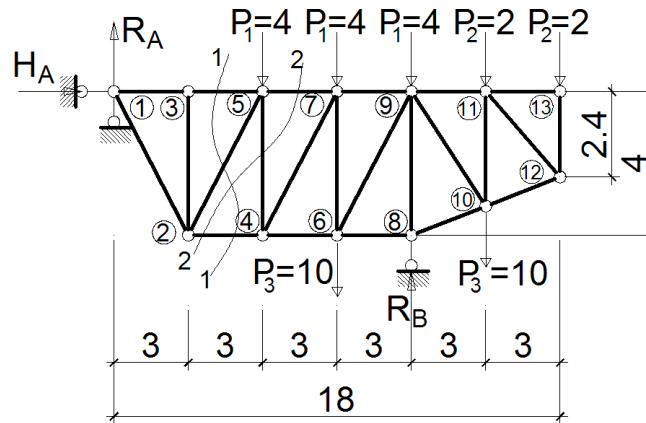


Рис. 13

Определить внутренние усилия в стержнях 2-й панели.

Решение:

1. Кинематический анализ сооружения.

$W = 2U - C - C_{on} = 2 \cdot 13 - 23 - 3 = 0$ — ферма статически определима и геометрически неизменяема.

2. Определение опорных реакций.

$$m_A = 0: -P_1 \cdot 6 - P_1 \cdot 9 - P_1 \cdot 12 - P_2 \cdot 15 - P_2 \cdot 18 - P_3 \cdot 9 - P_3 \cdot 15 + \\ + R_B \cdot 12 = 0;$$

$$R_B = \frac{1}{12} 4 \cdot 6 + 4 \cdot 9 + 4 \cdot 12 + 2 \cdot 15 + 2 \cdot 18 + 10 \cdot 9 + 10 \cdot 15 = 34.5;$$

$$m_B = 0: P_1 \cdot 6 + P_1 \cdot 3 + P_3 \cdot 3 - P_2 \cdot 3 - P_2 \cdot 6 - P_3 \cdot 3 - R_A \cdot 12 = 0;$$

$$R_A = \frac{1}{12} 4 \cdot 6 + 4 \cdot 3 + 10 \cdot 3 - 2 \cdot 3 - 2 \cdot 6 - 10 \cdot 3 = 1.5;$$

$$X = 0: H_A = 0;$$

Проверка:

$$Y = 0: R_A + R_B - 3 \cdot P_1 - 2 \cdot P_2 - 2 \cdot P_3 = 0;$$

$$1.5 + 34.5 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 10 = 0.$$

3. Проведем сечение 1-1 и рассмотрим равновесие левой отсеченной части (рис. 14).

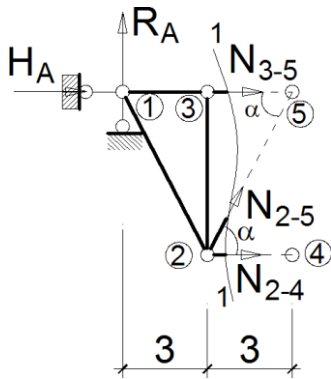


Рис. 14

$$m_2 = 0: -R_A \cdot 3 - N_{3-5} \cdot 4 = 0;$$

$$N_{3-5} = -\frac{1}{4} 1.5 \cdot 3; N_{3-5} = -1.125;$$

$$m_5 = 0: -R_A \cdot 6 + N_{2-4} \cdot 4 = 0;$$

$$N_{2-4} = \frac{1}{4} 1.5 \cdot 6; N_{2-4} = 2.25;$$

$$Y = 0: R_A + N_{2-5} \cdot \sin \alpha = 0; N_{2-5} = -\frac{1.5}{0.8},$$

$$\text{где } \cos \alpha = 0.6, \sin \alpha = 0.8;$$

$$N_{2-5} = -1.875;$$

Проверка:

$$X = 0: N_{3-5} + N_{2-5} \cdot \cos \alpha + N_{2-4} = 0;$$

$$-1.125 + -1.875 \cdot 0.6 + 2.25 = 0.$$

Проверка для правой отсеченной части (рис. 15).

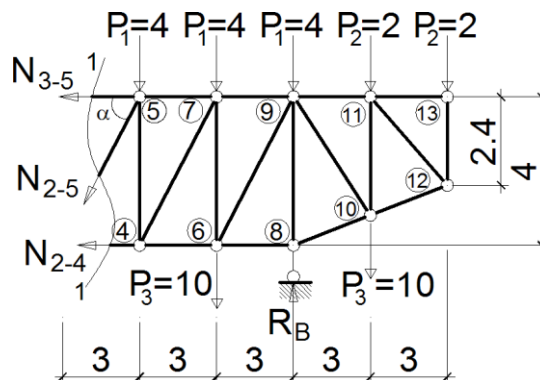


Рис. 15

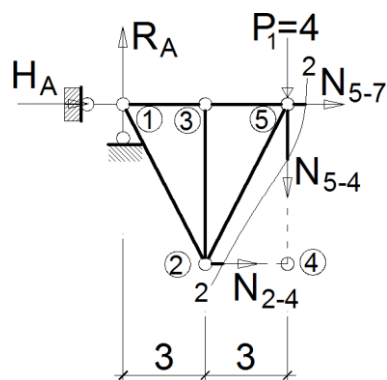
$$Y = 0: R_B - N_{2-5} \cdot \sin \alpha - 3P_1 - 2P_2 - 2P_3 = 0;$$

$$34.5 - 3 \cdot 4 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 10 - -1.875 \cdot 0.8 = 0;$$

$$X = 0: -N_{3-5} - N_{2-5} \cdot \cos \alpha - N_{2-4} = 0;$$

$$- -1.125 - -1.875 \cdot 0.6 - 2.25 = 0.$$

4. Проведем сечение 2-2 и рассмотрим равновесие левой отсеченной части (рис. 16).



$$Y = 0: R_A - N_{5-4} - P_1 = 0; \quad N_{5-4} = 1.5 - 4;$$

$$N_{5-4} = -2.5;$$

Рис. 16

Проверка для правой отсеченной части.

$$Y = 0: R_B + N_{5-4} - 2P_1 - 2P_2 - 2P_3 = 0;$$

$$34.5 + -2.5 - 2 \cdot 4 - 2 \cdot 2 - 2 \cdot 10 = 0.$$

5. Усилие N_{3-2} определяется по лемме: $N_{3-2} = 0$.

Ответ: $N_{3-2} = 0$, $N_{5-4} = -2.5$, $N_{2-5} = -1.875$, $N_{2-4} = 2.25$, $N_{3-5} = -1.125$.

Задача № 4

Расчет статически неопределимой рамы методом сил

Задание: для рамы с выбранными по шифру из табл. 5 и рис. 17, 18 схемой, её размерами и нагрузкой требуется:

1. Построить эпюру изгибающих моментов «М»;
2. Выполнить статические и кинематические проверки эпюры «М»;
3. Построить эпюры «Q» и «N»
4. Выполнить общую статическую проверку.

Методические указания

1. Для заданной рамы определить степень статической неопределимости по формуле:

$$L=3K - III, \quad (8)$$

где K – число замкнутых контуров; III – число простых шарниров, включая степени свободы в опорах.

2. Выбрать наиболее рациональную основную систему, т.е. систему, для которой эпюры «М» в единичном и грузовом состояниях были бы наиболее простыми.
3. Составить систему канонических уравнений. Для задачи с одной неизвестной система состоит из одного уравнения:

$$\delta_{11} \cdot X_1 + \Delta_{1P} = 0, \quad (9)$$

где $\delta_{11} = \sum_l \frac{M_1 M_1 dx}{EJ}$ – перемещение в основной системе по направлению отброшенной связи от «единичного» воздействия;

$\Delta_{1P} = \sum_l \frac{M_1 M_p dx}{EJ}$ – перемещение в основной системе по направлению отброшенной связи от заданных нагрузок.

4. Для выбранного варианта основной системы построить эпюры « M_1 » в «единичном» и « M_p » в грузовом состояниях.
5. Определить коэффициент при неизвестном δ_{11} и свободный член Δ_{1p} по формуле Мора. Вычисление интеграла Мора удобно выполнять по правилу Верещагина.
6. Найденные значения коэффициента при неизвестном и свободный член подставить в каноническое уравнение метода сил и решить его.
7. Корректируется единичная эпюра « M_1 » умножением всех её ординат на величину X_1 .
8. Окончательная эпюра « M » строится путем сложения откорректированной «единичной» эпюры $M_1 \cdot x_1$ и грузовой эпюры M_p

$$M = M_1 x_1 + M_p.$$

9. Окончательную эпюру « M » проверить путем статических и кинематических проверок. Статическая проверка заключается в проверке равновесия жестких узлов. Кинематическая проверка выполняется умножением окончательной эпюры « M » на «единичную» эпюру « M_1 »:

$$\Delta = \sum_l \frac{M_1 M}{EI} dx$$

Результат умножения должен быть равен нулю. Погрешность не должна превышать 2%.

10. По построенной эпюре « M » построить эпюру « Q ».

На всех прямолинейных участках эпюры « M » поперечную силу можно определить, используя дифференциальную зависимость между « Q » и « M »

$$Q = \frac{dM}{dX} = \operatorname{tg} \alpha$$

Знак « Q » определяется по направлению поворота оси стержня до совмещения с касательной к эпюре « M ». При повороте оси стержня до совмещения с эпюрой « M » по часовой стрелке поперечная сила

положительная. На участке с криволинейной эпюрой «М» определение ординат эпюры «Q» можно провести по формуле

$$Q = \pm \frac{ql}{2} + \frac{M_{np} - M_{лев}}{l},$$

где q - распределённая нагрузка, действующая на участке l ;

M_{np} , $M_{лев}$ - моменты на правом и левом концах участка (момент положительный при растяжении им нижнего волокна).

11. По эпюре «Q» построить эпюру «N». Для определения нормальных сил в элементах следует последовательно, начиная с узла, где сходятся эти стержни, вырезать все узлы и рассмотреть их равновесие. Вырезая узел, следует приложить поперечные силы, значения которых надо взять из эпюры «Q» и определяемые «N». При этом следует помнить, что положительная поперечная сила должна быть направлена так, чтобы она вращала ось элемента относительно узла по часовой стрелке, неизвестные нормальные силы принимаются положительными – растягивающими, направленными вдоль стержня от узла. Для определения «N» составляются уравнения равновесия $\sum X = 0, \sum Y = 0$. Положительные значения «Q» и «N» откладываются на горизонтальных стержнях вверх от оси, на вертикальных – влево. Знаки на эпюрах «Q» и «N» ставить обязательно.

12. Для проверки эпюр «Q» и «N» рама срезается с опор, прикладываются поперечные, нормальные силы и внешние нагрузки. Затем составляют уравнения:

$$\sum X = 0; \quad \sum Y = 0.$$

Все эпюры должны быть построены на схемах рам с обязательным изображением опорных закреплений и шарниров.

Таблица 5

№ п/п	Цифры шифра								
	1-ая цифра			2-ая цифра				3-ая цифра	
	L, м	q, кН/м	h, м	P ₁ , кН	P ₂ , кН	M ₁ , кНм	M ₂ , кНм	№ схемы по рис. 5 и рис. 6	I ₁ /I ₂
0	6,0	1,0	4,0	6,0	-	-	1,0	0	1/2
1	8,0	2,0	5,0	-	7,0	2,0	-	1	1/3
2	4,0	3,0	6,0	4,0	-	-	3,0	2	2/3
3	4,5	1,5	7,0	-	8,0	4,0	-	3	3/2
4	7,0	2,5	4,5	5,0	-	-	5,0	4	3/4
5	6,5	3,5	3,0	-	9,0	6,0	-	5	1/4
6	3,0	4,0	5,5	2,0	-	-	7,0	6	2/1
7	5,0	1,2	6,5	-	1,0	8,0	-	7	3/1
8	5,5	2,2	7,5	3,0	-	-	9,0	8	4/1
9	8,5	3,2	8,0	-	5,0	10,0	-	9	4/3

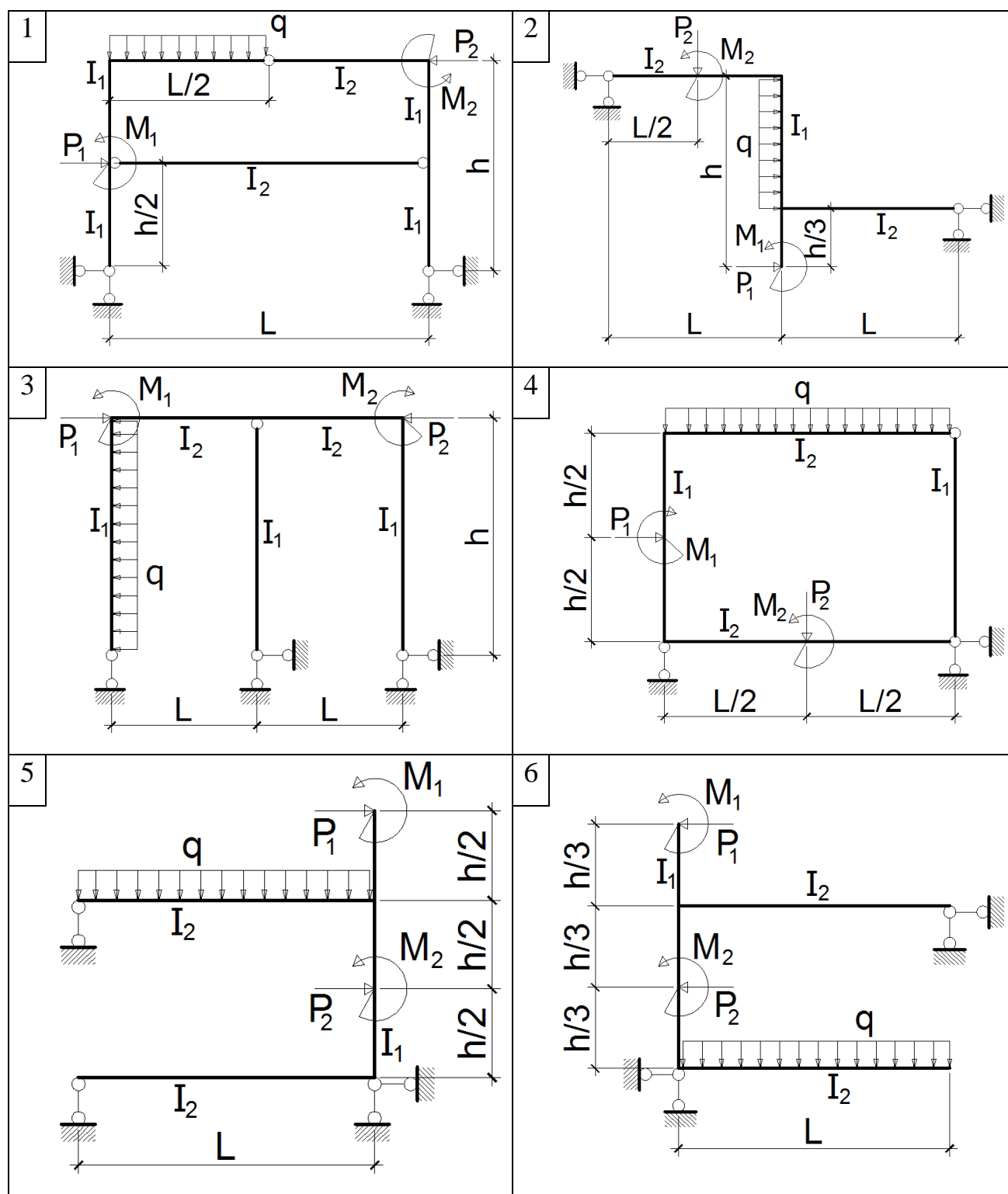


Рис. 17

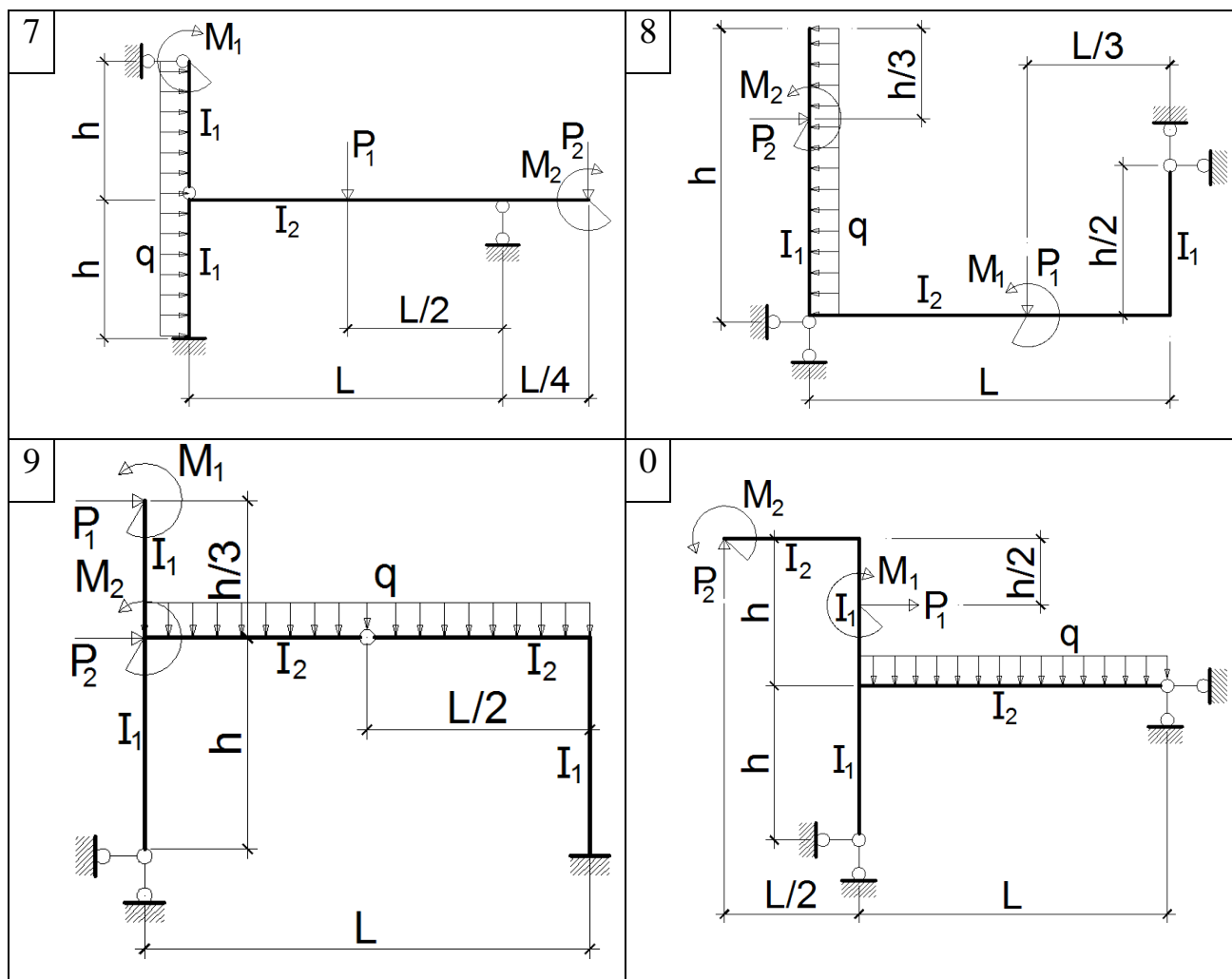


Рис. 18

Пример решения задачи

Задача №4. Расчет статически неопределимой рамы методом сил.

Дано: $E = const$, $I_2/I_1=3$ (рис. 19),

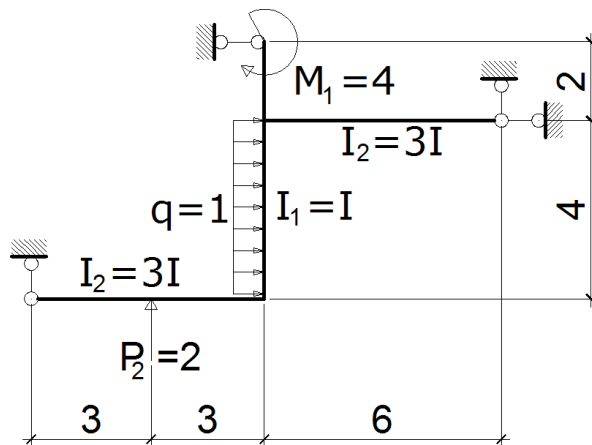


Рис. 19

$$Y = 0: R_A + X_1 = 0; R_A = -1.$$

Построение эпюр:

1-й участок

$$0 \leq x \leq 6;$$

$$M_x = X_1 \cdot x;$$

$$M_x = 0 = 0;$$

$$M_x = 6 = 6.$$

3-й участок

$$0 \leq x \leq 2;$$

$$M_x = -R_B \cdot x;$$

$$M_x = 0 = 0;$$

$$M_x = 2 = 12.$$

2-й участок

$$0 \leq x \leq 4;$$

$$M_x = X_1 \cdot 6;$$

$$M_x = 0 = 6;$$

$$M_x = 4 = 6.$$

4-й участок

$$0 \leq x \leq 6;$$

$$M_x = R_A \cdot x;$$

$$M_x = 0 = 0;$$

$$M_x = 6 = -6.$$

5. Построение грузовой эпюры « M_p » (рис. 22).

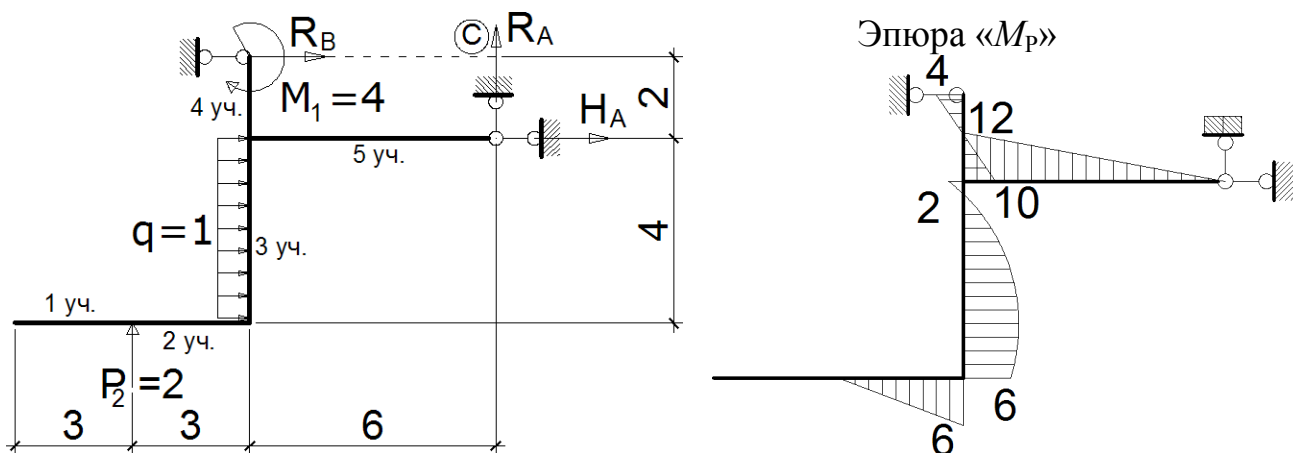


Рис. 22

Определение опорных реакций:

$$m_A = 0: -R_B \cdot 2 - M_1 + q \cdot 4 \cdot 2 - P_2 \cdot 9 = 0; R_B = -7;$$

$$m_C = 0: H_A \cdot 2 - M_1 + q \cdot 4 \cdot 4 - P_2 \cdot 9 = 0; H_A = 3;$$

$$Y = 0: R_A + P_2 = 0; R_A = -2.$$

Проверка:

$$X = 0: q \cdot 4 + R_B + H_A = 0; 1 \cdot 4 + -7 + 3 = 0.$$

Пост роение эпюр:

2-й участок

$$0 \leq x \leq 3;$$

$$M(x) = P_2 \cdot x;$$

$$M(x=0) = 0;$$

$$M(x=3) = 6.$$

4-й участок

$$0 \leq x \leq 2;$$

$$M(x) = -M_1 - R_B \cdot x;$$

$$M(x=0) = -4;$$

$$M(x=2) = 10.$$

3-й участок

$$0 \leq x \leq 4;$$

$$M(x) = P_2 \cdot 3 - q \cdot x^2/2;$$

$$M(x=0) = 6;$$

$$M(x=4) = -2.$$

5-й участок

$$0 \leq x \leq 6;$$

$$M(x) = R_A \cdot x;$$

$$M(x=0) = 0;$$

$$M(x=6) = -12.$$

6. Определение коэффициента и свободного члена канонического уравнения.

$$\delta_{11} = \sum_l \frac{M_1 M_1 dx}{EI} = \frac{1}{3EI} \left[\frac{1}{2} 6 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} 6 \cdot 2 + \frac{1}{EI} \frac{1}{2} 12 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} 12 + 6 \cdot 4 \cdot 6 \right] =$$

$$= \frac{288}{EI};$$

$$\Delta_{1p} = \sum_l \frac{M_1 M_p dx}{EI} = \frac{1}{3EI} \left[\frac{1}{2} 6 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} 6 + \frac{1}{3} 3 \right] + \frac{1}{2} 12 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} 6 + \frac{1}{EI} \left(\frac{1 \cdot 4^3}{12} 6 + \right.$$

$$\left. + \frac{1}{2} 6 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 6 + \frac{1}{2} 12 \cdot 2 \left(-\frac{1}{3} 4 + \frac{2}{3} 10 \right) \right) = \frac{207}{EI};$$

7. Решение канонического уравнения.

$$\frac{288}{EI} X_1 + \frac{207}{EI} = 0;$$

$$X_1 = -0.719;$$

8. Корректировка единичной эпюры (рис. 23).

9. Построение окончательной эпюры моментов «M» (рис. 24).

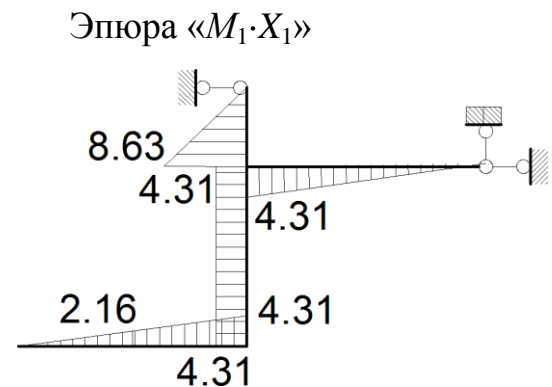
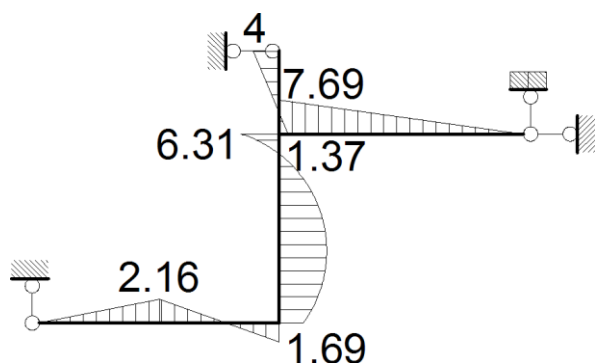


Рис. 23

$$M = M_p + M_1 X_1$$

Эпюра « M »



Статическая проверка в узлах

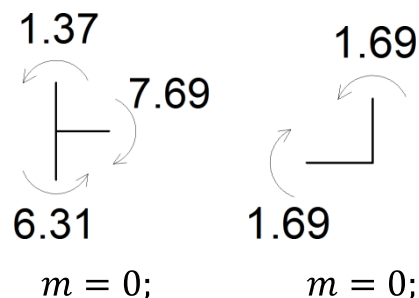


Рис. 24

10. Кинематическая проверка.

$$\begin{aligned} \Delta = \sum_l \frac{M_1 M}{EI} dx &= \frac{1}{3EI} \left(-\frac{1}{2} 2.16 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} 3 - \frac{1}{2} 2.16 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} 3 + \frac{1}{3} 6 \right) + \\ &+ \frac{1}{2} 1.69 \cdot 3 \cdot \frac{2}{3} 6 + \frac{1}{3} 3 \cdot \frac{1}{2} 7.69 \cdot 6 \cdot \frac{2}{3} 6 + \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} 12 \cdot 2 \cdot \frac{2}{3} 1.37 - \frac{1}{3} 4 \right) + \\ &+ \frac{1 \cdot 4^3}{12} 6 + \frac{1}{2} (1.69 - 6.31) \cdot 4 \cdot 6 = (-2.16 - 4.32 + 4.225 + 30.76 - \\ &- 5.04 + 32 - 55.44) \cdot \frac{1}{EI} = \frac{66.985 - 66.96}{EI} = \frac{0.025}{EI}; \end{aligned}$$

погрешность вычислений при этом составила

$$\varepsilon = \frac{0.025 \cdot 100\%}{66.96} = 0.04\%.$$

11. Построение эпюры поперечных сил « Q » (рис. 25).

Для вычисления значений поперечных сил на каждом участке, принята нумерация участков такая же, как и при построении эпюры « M_p ».

$$\begin{aligned} Q_1 &= \frac{-2.16 - 0}{3} = -0.72; & Q_2 &= \frac{1.69 - -2.16}{3} = 1.28; \\ Q_3^{\text{лев}} &= \frac{1 \cdot 4}{2} + \frac{-6.31 - 1.69}{4} = 0; & Q_3^{\text{пр}} &= -\frac{1 \cdot 4}{2} + \frac{-6.31 - 1.69}{4} = -4; \\ Q_4 &= \frac{-4 - 1.37}{2} = -2.69; & Q_5 &= \frac{0 - (-7.69)}{6} = 1.28; \end{aligned}$$

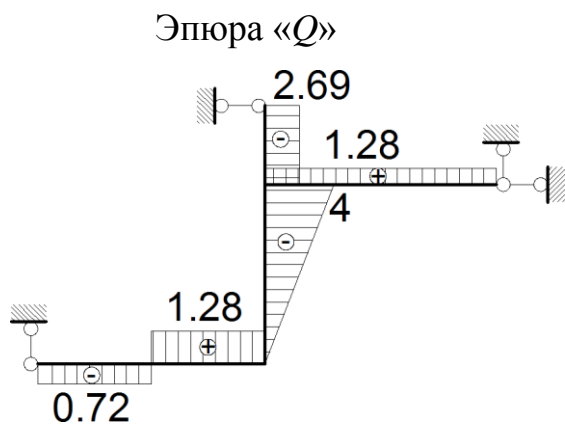


Рис. 25

12. Построение эпюры продольных сил « N » (рис. 26).

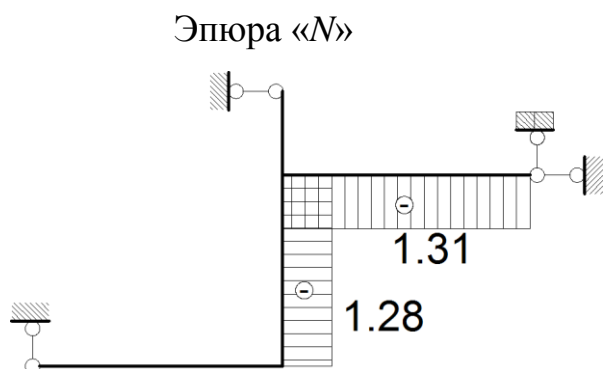
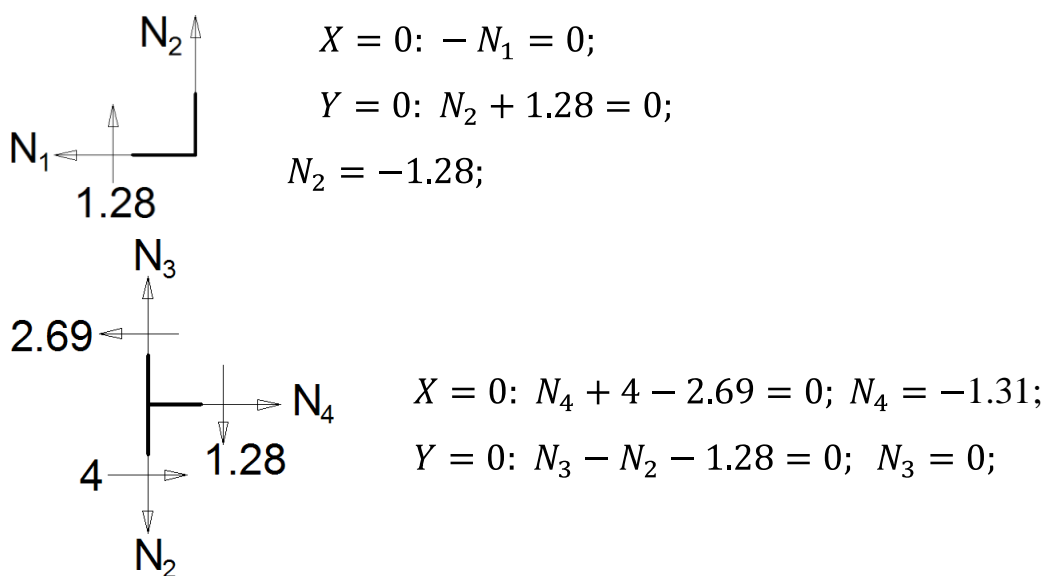


Рис. 26

13. Общая статическая проверка (рис. 27).

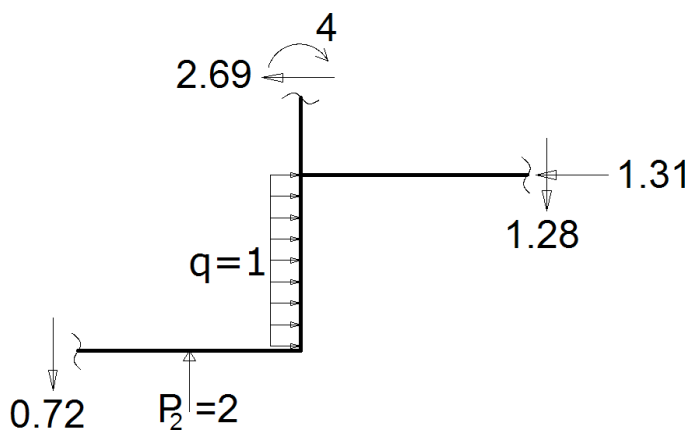


Рис. 27

$$X = 0: 1 \cdot 4 - 2.69 - 1.31 = 0;$$

$$Y = 0: -0.72 + 2 - 1.28 = 0.$$

ЛИТЕРАТУРА

1. Рабинович И.М. Основы строительной механики стержневых систем. М., 1960.
2. Строительная механика / под общей редакцией А.В. Даркова. М.: Высшая школа, 1967
3. Дарков А.В. , Кузнецов В.И. Строительная механика. М.: Высшая школа, 1962.
4. Киселев В.А. Строительная механика. М.: Стройиздат , 1976
5. Снытко Н.К. Строительная механика. М.: Высшая школа, 1980
6. Смирнов А.Ф. , Александров А.В. , Лещеников Б.А. , Шапошников Н.Н. Строительная механика. Динамика и устойчивости сооружений. М.: Стройиздат, 1984.
7. Киселев В.А. Строительная механика (спец. курс.). М.: Высшая школа, 1973.